



**HAL**  
open science

## Nouveaux outils de synthèse pour la conception préliminaire et le choix d'architecture. Application à un moteur brushless

Sephora Diampovesa, Arnaud Hubert, Pierre-Alain Yvars

### ► To cite this version:

Sephora Diampovesa, Arnaud Hubert, Pierre-Alain Yvars. Nouveaux outils de synthèse pour la conception préliminaire et le choix d'architecture. Application à un moteur brushless. 3ème édition du Symposium de Génie Electrique SGE 2018, Jul 2018, Nancy, France. hal-01933261

**HAL Id: hal-01933261**

**<https://hal.utc.fr/hal-01933261>**

Submitted on 23 Nov 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Nouveaux outils de synthèse pour la conception préliminaire et le choix d'architecture. Application à un moteur brushless.

Sephora DIAMPOVESA<sup>1</sup>, Arnaud HUBERT<sup>1</sup> et Pierre-Alain YVARS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sorbonne universités, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval – FRE UTC-CNRS 2012, Centre de recherches Royallieu – CS 60319 – 60203 Compiègne cedex, France.

<sup>2</sup>Laboratoire QUARTZ, Institut Supérieur de Mécanique de Paris (SupMeca), 3 rue Fernand Hainaut, 93407 Saint-Ouen Cedex.

**RESUME** – La conception optimale des machines électriques constitue un défi important et actuel. Dans ce cadre, ce papier présente des travaux de recherche sur le cas d'un moteur brushless. Le problème de conception correspondant est particulièrement intéressant car il nécessite à la fois un choix d'architecture et de composants, et un dimensionnement de ces derniers. Dans ce papier, des outils de synthèse acausaux ensemblistes (programmation par contraintes + calcul par intervalles) sont utilisés. L'analyse causale permet en particulier de définir la vraie dimension du problème de conception (« vrais » degrés de liberté) et de mettre en avant l'importance de la stratégie de résolution associée au problème d'optimisation correspondant. Les résultats obtenus sont analysés et comparés aux résultats de la littérature. La méthode proposée permet de trouver des solutions meilleures, montrant ainsi sa pertinence et son efficacité.

*Mots-clés* – Conception préliminaire, choix d'architecture, problèmes à variables mixtes, programmation par contraintes, méthodes ensemblistes, optimisation multi-critères, moteur brushless.

## 1. INTRODUCTION

Durant la conception d'un nouveau dispositif technologique, les concepteurs peuvent s'appuyer sur différents modèles plus ou moins détaillés, afin de représenter les comportements multiples du système complexe. Ainsi, face à des cahiers de charges de plus en plus exigeants, faisant intervenir des couplages multiphysiques et multiniveaux, les outils aidant à la conception sont devenus primordiaux.

Les problèmes de conception optimale, où un choix d'architecture et de composants est possible, restent encore très peu abordés dans la littérature, alors qu'ils constituent le cœur même du processus de conception. La grande majorité des cas traités sont des problèmes de dimensionnement optimal, où la structure et la composition des machines sont fixées a priori. Il est donc important de proposer des outils qui soient capables de résoudre non seulement un problème de dimensionnement mais également un problème de choix d'architecture ou de composants.

Le problème de dimensionnement consiste à instancier tous les paramètres de conception afin d'atteindre les exigences du cahier des charges. Générer une architecture revient à la fois à choisir les meilleures configurations et composants, tout en les dimensionnant afin de définir entièrement le système.

Comme expliqué dans des travaux précédents des auteurs [1], l'approche de conception à privilégier lors des phases de conception préliminaire est une approche inverse, ou mieux acausale (c'est-à-dire ne spécifiant pas la causalité des variables entrées/sorties des modèles de conception). Pourtant, par manque d'outils adéquats, la majorité des conceptions reposent encore sur l'utilisation d'approches directes causales (outils de simulation numériques).

L'objectif de ce papier est de montrer qu'il existe déjà des outils de conception acausaux en conception préliminaire et qu'ils permettent d'obtenir des solutions admissibles souvent meilleures que celles obtenues par des approches directes, tout en laissant plus de degrés de libertés à la conception.

Dans cet article, la méthodologie correspondante est illustrée sur la conception d'un moteur brushless. Ce travail montre qu'une bonne maîtrise des algorithmes, des stratégies de résolution et des outils d'analyse de causalité permettent de limiter les temps de conception/simulations tout en conservant une approche physique du problème de conception. Cette approche, basée sur la programmation par contrainte et le calcul par intervalles [2][3], permet en particulier de traiter les problèmes de conception de façon intuitive, en prenant en compte dès le départ les exigences et spécifications du cahier des charges. À partir de ces exigences, les dimensions ainsi que la structure du système à concevoir peuvent être automatiquement générés/instanciés.

Cette approche permet également de traiter des problèmes mal ou sous définis, ainsi que des problèmes à variables mixtes (continues, entières ou de catégorie), définies dans des domaines de dimensions finis (énumérés) ou infinis (intervalles d'entiers), tels qu'on peut les rencontrer classiquement dans les problèmes de conception innovante industrielle.

Le cas d'application traité dans ce papier s'appuie sur un exemple proposé dans [4] et un outil logiciel développé par la société Dassault Aviation : Constraint Explorer (CE) [5]. Celui-ci permet de mettre en œuvre des algorithmes de propagation de contraintes (Hull ou Box consistency) et des méthodes ensemblistes pour des problèmes à variables mixtes (algorithmes de *Branch and Prunes*).

## 2. APPROCHE ENSEMBLISTE ACAUSALE DE SYNTHÈSE

### 2.1. Approche par analyse vs approche par synthèse

Encore actuellement, l'approche par analyse ou simulation, qui est directe et causale, est privilégiée en conception préliminaire dans le domaine du génie électrique, principalement par manque d'outils adaptés. Cette approche, qui repose sur des modélisations fines du composant ou du système à concevoir, est

appropriée lors de la conception détaillée mais pose des difficultés en pré-conception (cf. Figure 1) :

- Processus itératifs, problèmes de temps de calculs et coûts associés ;
- Démarche de conception peu intuitive ;
- Choix de structures et de géométries réalisés selon l'expertise des concepteur.e.s métiers, donc une optimisation globale difficile.

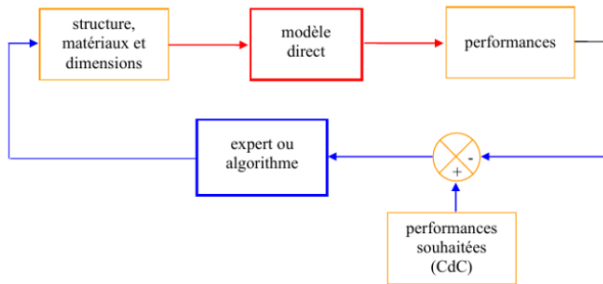


Fig. 1. Approche par analyse [7].

L'approche par synthèse est dite inverse (cf. Figure 2).

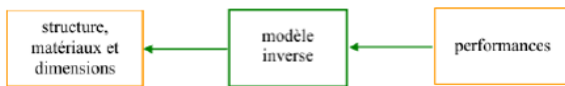


Fig. 2. Approche par synthèse [7].

Dans nos travaux, nous avons privilégié une approche dite acausale, que nous avons appliqué à une approche par synthèse, c'est-à-dire que le modèle mathématique utilisé est réécrit de manière à ce qu'il n'y ait aucun a priori sur la causalité des variables décrivant le système.

Par exemple, considérons la conception d'un circuit électrique muni d'une résistance  $R$ , de tension  $U$  à ses bornes et traversée par un courant  $I$  : la contrainte correspondant à la loi d'Ohm : " $U = R \cdot I$ " suppose, écrite sous cette forme, que le circuit est doté d'une source de courant. Sa réécriture sous forme acausale " $U - R \cdot I = 0$ ", laisse la possibilité de considérer une source de tension ou de courant.

Cette approche vient en compléments de travaux existants bien maîtrisés sur le *Problem setting* (i.e les outils de spécifications du problème de conception) et le *Problem solving* (i.e les outils pour la résolution du problème). Elle repose sur la programmation par contraintes et les méthodes ensemblistes (algorithmes de *Branch and Prunes* et calcul par intervalles).

Les objectifs sont de proposer une aide à la modélisation (via une formalisation du problème et un logiciel adapté), ainsi qu'une aide à la résolution. À partir d'une modélisation mathématique que l'on veut la plus générale possible ainsi que des exigences et du cahier des charges, un ensemble de modèles grossiers admissibles est généré, si des solutions au problème existent. Dans cette optique, les problèmes sur-définis (sans solutions) et sous-définis (plus d'une solution possible) peuvent être traités, ainsi que les problèmes à variables mixtes.

## 2.2. Approche ensembliste : programmation par contraintes et calcul par intervalles

La méthodologie employée dans ce papier repose sur la programmation par contraintes (Constraint Satisfaction Problem ou CSP) ainsi que sur le calcul par intervalles.

### 2.2.1. Approche par CSP

L'approche par CSP permet la pose et la résolution d'un grand éventail de problèmes de dimensions importantes de manière efficace. Issue du domaine informatique, ce paradigme de programmation était initialement utilisé pour résoudre les problèmes combinatoires faisant intervenir de nombreuses variables de conception, comme les problèmes d'allocation de ressources (plannification ou encore coloration de graphe).

Un CSP est défini par trois composantes  $X$ ,  $D$  et  $C$  tel que :

- $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  est un ensemble fini de variables, correspondant aux variables de conception, avec  $n$  le nombre entier de variables du problème à résoudre.
- $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$  est un ensemble fini de domaines tel que chaque domaine corresponde à une variable. À chaque variable  $x_i$  est associé un domaine  $d_i$ . Chaque domaine peut être continu/infini : un intervalle de réels, ou discret/fini : un ensemble de valeurs autorisées.
- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_p\}$  est un ensemble fini de contraintes, avec  $p$  un entier représentant le nombre de contraintes du problème. Ici, une contrainte est une relation d'égalité ou d'inégalité entre une ou plusieurs variables et peut correspondre à n'importe quelle relation mathématique : linéaire, quadratique, non linéaire, booléenne, etc. Les contraintes permettent de spécifier les combinaisons de valeurs possibles des variables y prenant part et ainsi de réduire l'espace des possibles lors de la résolution. Les contraintes peuvent être de type :

- logique :  $z = 6$  ;
- arithmétique :  $7x - 3y < 2z$  ;
- non-linéaire :  $e_y + \ln(x) > 4$  ;
- explicite : sous la forme de n-tuplets de valeurs possibles :  $(x, y) = (0, 5)$  ;
- complexes : toutes les variables  $x, y$  et  $z$  doivent avoir des valeurs différentes.

Un CSP est résolu lorsque chaque variable de  $X$  est assignée à une valeur satisfaisant toutes les contraintes sur la variable.

Lors de la résolution, l'algorithme a la possibilité de faire de la recherche (choisir une nouvelle valeur à affecter à une variable parmi toutes celles possibles), ou d'effectuer un schéma d'inférence appelé propagation de contraintes. La démarche consiste principalement à réduire massivement l'espace de recherche en identifiant les combinaisons (variables ; valeurs) ne respectant pas les contraintes. Les contraintes sont utilisées pour réduire tout d'abord le nombre de valeurs autorisées pour une variable, ce qui va permettre ensuite de restreindre le domaine d'une autre variable et ainsi de suite. La propagation de contraintes peut être alternée avec de la recherche ou être appliquée avant celle-ci. Dans le second cas, le problème peut être résolu uniquement après la propagation des contraintes et aucune recherche n'est alors nécessaire.

La démarche de résolution d'un CSP dépend du type de variables du problème. Ainsi, les :

- CSPs discrets correspondent aux CSPs à variables discrètes : les méthodes de résolution sont issues des domaines de la recherche opérationnelle et de l'intelligence artificielle. De complexité exponentielle, ces méthodes reposent sur l'énumération et la propagation des contraintes (filtrage).
- CSPs continus ou numériques font référence aux CSPs à variables réelles. Les méthodes de résolution des CSPs continus reposent sur le calcul par intervalles [2] et les méthodes de résolutions des CSPs discrets.

### 2.2.2. Calcul par intervalle et Algorithmes de Branch and Prunes

Les algorithmes de Branch and Prunes relèvent des méthodes d'optimisation globales déterministes : l'optimum global, sous contrainte, d'une fonction sera toujours inclus dans un intervalle avec une précision donnée, et ce même si la précision de calcul de la machine dans lequel l'algorithme est implémenté est finie. Associé au calcul par intervalles, il est possible de trouver tous les optimums globaux du problème, en utilisant les bornes des domaines (finis ou infinis) de chaque variable [6].

### 2.2.3. Calcul par intervalles

L'arithmétique des intervalles est une méthode simple qui fut introduite par Moore [2] afin d'avoir une estimation des erreurs numériques générées par les machines lors des calculs sur réels. Ainsi, les valeurs exactes d'un réel  $x$  sont comprises dans un intervalle, entre une borne maximum  $\bar{x}$  et une borne minimum  $\underline{x}$  tel que les quatre opérations de base suivantes puissent s'appliquer :

$$[\underline{x}, \bar{x}] + [\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}] \quad (1)$$

$$[\underline{x}, \bar{x}] - [\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}] \quad (2)$$

$$[\underline{x}, \bar{x}] * [\underline{y}, \bar{y}] = [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})] \quad (3)$$

$$\frac{[\underline{x}, \bar{x}]}{[\underline{y}, \bar{y}]} = [\min(\frac{\underline{x}}{\underline{y}}, \frac{\underline{x}}{\bar{y}}, \frac{\bar{x}}{\underline{y}}, \frac{\bar{x}}{\bar{y}}), \max(\frac{\underline{x}}{\underline{y}}, \frac{\underline{x}}{\bar{y}}, \frac{\bar{x}}{\underline{y}}, \frac{\bar{x}}{\bar{y}})], 0 \notin [\underline{y}, \bar{y}] \quad (4)$$

Le calcul par intervalles est une extension de l'arithmétique des intervalles, en incluant notamment plusieurs autres opérateurs linéaires ou non : quadratiques, trigonométrique, logarithmique, etc. Le calcul par intervalles autorise également la division par un intervalle contenant un zéro [3][8].

L'utilisation du calcul par intervalles (approche ensembliste) pour décrire un ensemble de possibles est proche des méthodes de conception robuste *au pire cas*, à la différence qu'une vision acausale du problème de conception est conservée (programmation par contraintes).

### 2.2.4. Algorithme de Branch and Prunes

Les algorithmes de Branch and Prunes sont utilisés afin de trouver les intervalles de solutions des CSPs continus. Ainsi, chaque variable devra être encadrée aussi précisément que possible par une valeur inférieure et supérieure, pour chaque solution du CSP.

Au départ, un CSP(X, D, C) est donné avec une liste vide de solutions  $L$ . Une taille minimale d'intervalle  $\epsilon$  (un réel positif, correspondant à la précision (critère d'arrêt), est fixée. A chaque étape, une des variables  $x_i$  est choisie : si son intervalle  $d_i$  est de taille supérieure ou égale à  $\epsilon$ , celui-ci est bissectonné en deux sous-intervalles  $d_{i,1}$  et  $d_{i,2}$ . Sur chaque intervalle est alors appliqué la propagation des contraintes de  $C$ , qui se propage à d'autres domaines d'autres variables. Dans l'exemple que nous avons traité, nous avons utilisé la méthode de propagation appelée *Hull consistency*. Si après bissection et propagation une bonne précision est atteinte (i.e. la taille de l'intervalle est inférieure ou égale à  $\epsilon$ ), une solution est atteinte et l'ensemble des intervalles résultants est ajouté à la liste des solutions  $L$ . Dans le cas contraire, le processus de bissection continue jusqu'à ce qu'un intervalle soit vide ou qu'une solution soit trouvée. L'algorithme s'arrête lorsque la précision est satisfaisante pour tous les intervalles résultants ou si il n'y a pas de solutions.

Un algorithme intéressant est celui présenté dans [6] est utilisé à la fois sur des valeurs réelles et entières, permettant ainsi la résolution de problèmes à variables continues et entières.

Dans le cadre de la résolution de manière efficace de problèmes réels, il est possible d'utiliser des heuristiques aidant au choix de la variable ainsi qu'à la manière dont ses valeurs pourraient être essayées. Pour le choix des variables, plusieurs possibilités existent, notamment le *fail-first*, que nous avons utilisé, et le *degree heuristic*.

- Le *fail-first heuristic*, aussi appelé *Minimum-remaining-value* ou *Most-constrained-variable heuristics*, consiste à choisir la variable qui a le moins de valeurs possibles et qui a plus de chances de causer un échec (pas de solution) lors de la recherche. Cette heuristique est généralement plus efficace qu'un choix de variable statique (i.e. les variables sont sélectionnées selon leur ordonnancement dans l'ensemble  $X$  du CSP) ou aléatoire, comme cela est le cas pour de nombreux solveurs. En fonction du problème, le *fail-first heuristic* peut être 1000 fois, voire plus, efficace.

- Le *degree heuristic* sélectionne les variables participant dans le plus grand nombre de contraintes. Il est notamment utilisé lorsque les domaines des variables sont de même dimension. Cette heuristique est en général moins opérant que le *first-fail* mais peut être utile en association avec ce dernier.

Après avoir sélectionné une variable, l'algorithme doit décider dans quel ordre il examinera ses valeurs. Afin d'ordonner les différents sous-intervalles obtenus après bissection, le *least-constraining-value heuristic* peut être utilisé. Cette heuristique choisit la valeur de la variable qui permet le plus de choix possible pour les autres variables restantes.

### 2.2.5. CSP et problèmes d'optimisation

Un CSP peut être adapté pour la résolution de problèmes d'optimisation [1]. Afin de minimiser la fonction objectif  $f$ , celle-ci doit être formulée sous forme de contrainte.  $f$  devient alors une variable. La méthode consiste alors à résoudre par dichotomie (algorithme de *Branch and Prunes*) une suite de CSPs, pour lesquels le jeu de contraintes augmente d'un CSP à un autre. A chaque étape, la contrainte suivante est ajoutée : la minimisation de  $f$  doit être meilleure que celle à l'état actuelle. Le processus s'arrête sur le CSP minimisant la valeur de  $f$  à la précision requise  $\epsilon$ .

### 2.2.6. Formalisation d'un CSP avec le solveur Constraint Explorer (CE)

Sur CE, le passage du modèle mathématique vers le modèle de calcul nécessite de classer les différents paramètres et équations dans les catégories suivantes :

Les constantes : les paramètres constants peuvent aussi bien regroupés les paramètres constants du problèmes (constantes universelles, caractéristiques de matériaux, etc), que les valeurs de certains paramètres fixés comme par exemple un entrefer  $e$  à 1 mm.

Les variables : ce sont les vrais degrés de conception du problème, renseignées avec leurs domaines respectifs. Le plus souvent, lorsque nous renseignons cette section, nous avons tendance à indiquer trop ou pas assez de variables de conception (pas de solution). Dans le premier cas, un outil présenté ci-après dans le cas traité, appelé arbre de causalité, permet d'identifier ces "fausses" variables, qui sont en réalité fixées par d'autres variables indépendantes. Cela permet en plus d'avoir une meilleure perception du problème, de réduire les temps de calculs.

Les alias : il s'agit du nom donné à une expression ou une définition explicite (par exemple, l'aire d'un cercle que l'on va nommer  $A$  au lieu de réécrire son expression).

Les contraintes : exprimées sous forme d'équations/inéquations, de contraintes conditionnelles (si...alors) ou de table de contraintes, qui permettent de rentrer par exemple des fiches catalogues. Ce sont les relation définissant la structure considérée (lois physiques,...) ainsi que les besoin de conception.

La mise en forme d'un problème en CSP nécessite de réécrire les règles de conception issues de tables, abaques ou tout autre type de relation informelle, sous forme de contraintes .

## 3. EXEMPLE DE CONCEPTION D'UN MOTEUR BRUSHLESS

Nous avons choisi de traiter le problème de conception préliminaire optimale décrit dans [4], qui fait suite aux travaux présentés dans [9] et [6]. [6] a notamment été repris dans [10]. Ces papiers présentent un cas original de conception de moteur brushless à aimants permanents à flux radial (cf. Fig.3).

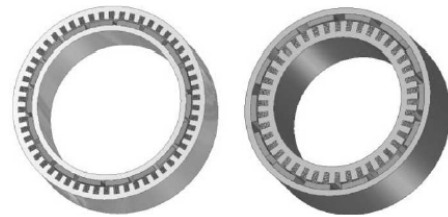


Fig. 3. Différentes architectures de moteur possibles [4].

À partir de modèles géométrique, électromagnétique et thermique en régime permanent, ce modèle généralisé prend notamment en compte :

- les différentes configurations possibles : présence ou non d'encoches, forme d'onde sinusoïdale ou rectangulaire (moteur AC ou DC brushless), rotor interne ou externe, mais également
- le type de matériaux constitutifs : des aimants NdFeB (aimants à liant synthétique (pl) ou moderne (mo)), ou encore du circuit magnétique (poudre magnétique douce (pd) ou matériaux emboutis (st)) (cf. Figure 4).

### 3.1. Formalisation du problème sous forme de CSP

Le modèle compte 34 équations dont 9 contraintes d'égalité (indépendantes) et plus de 50 paramètres (variables et constantes). Ces équations sont non-

$\sigma_e$	kind of armature	—	{0; 1}
$\sigma_f$	kind of waveform	—	{0; 1}
$\sigma_r$	kind of rotoric configuration	—	{0; 1}
$\sigma_m$	kind of p. m.	—	{pl; mo}
$\sigma_{mt}$	kind of magnetic conductor	—	{pd; st}

Fig. 4. Variables de conception pour le choix de structures et de configuration du moteur [4].

linéaires et non convexes. Les équations ne faisant intervenir que des variables continues sont continûment différentiables. Le problème d'optimisation est NP-complet. Chaque paramètre du problème est défini dans un domaine.

Le passage du modèle mathématique, avec les diverses équations et tableaux de données, vers un modèle de calcul implémentable sur CE a mené à une formalisation du problème sous forme de CSP. Une des difficultés calculatoire de ce problème de conception est la présence de variables mixtes (continues, entières, de catégorie), de domaines de taille finie ou infinie. [4] présente ainsi deux problèmes d'optimisation mono-critère :

- la minimisation de la masse des parties actives  $M_a$  ;
- la minimisation du volume global  $V_g$ .

ainsi qu'un problème d'optimisation multi-critères, où la minimisation des deux critères est considérée simultanément.

Concernant l'optimisation multi-critères, le meilleur compromis consiste à trouver la solution pareto-optimale et deux méthodes peuvent être utilisées : la  $\epsilon$ -constraint method et celle des facteurs de pondération. Les deux approches ont été abordées dans [4] dans la résolution du problème :

- Pour la  $\epsilon$ -constraint method :  $M_a$  a été choisi comme critère d'optimisation et  $V_g$  transformé en contrainte d'inégalité :

$$\begin{cases} \min M_a \\ V_g \leq V_{g\text{limite}} \end{cases}$$

- Pour la méthode des facteurs de pondération, il s'agit de minimiser le critère constitué d'une pondération des deux mono-critères normalisés :

$$\min \left[ \rho \cdot \left( \frac{M_a}{M_{a0}} \right) + (1 - \rho) \cdot \frac{V_g}{V_{g0}} \right], \quad (5)$$

avec  $0 \leq \rho \leq 1$  et  $M_{a0}$  et  $V_{g0}$  les résultats des optimisations mono-critères.

Dans CE, un des outils de l'approche acausale qui s'est avéré très utile a été l'analyse causale. L'analyse causale permet, à partir des contraintes d'égalité, d'établir un arbre dit de causalité (cf. Fig. 5).

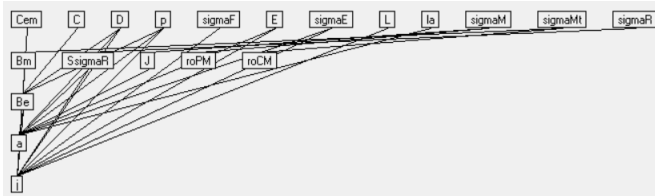


Fig. 5. Arbre de causalité du problème de conception du moteur.

Aucun a priori n'est fait sur les variables d'entrées ni celles de sortie du modèle de conception. Le choix des variables d'entrées, vrais degrés de libertés (DDLs), fait partie de la stratégie de résolution adoptée. Ils définissent la vraie dimension du problème et conditionnent fortement la - durée de - convergence de l'algorithme. Il est ainsi important de disposer d'une véritable stratégie de résolution face au problème considéré. L'utilisation des heuristiques (first fail, round robin) permet d'établir différentes stratégies de résolution, en aidant au choix des DDLs et à leur ordonnancement. Ainsi, le problème présente en réalité 12 DDLs (première ligne de l'arbre) et non 20 (ensemble des variables de conception).

### 3.2. Résultats des optimisations monocritères de la masse des parties actives $M_a$ et du volume global $V_g$

La résolution sur CE a ainsi généré un ensemble de solutions admissibles satisfaisant l'ensemble des contraintes (l'approche ensembliste ne donne pas une solution mais un ensemble de solutions admissibles). Parmi cet ensemble, une solution globale a ensuite été vérifiée par simulation. Une des solutions globales admissibles pour chacun des problèmes de minimisation est regroupée dans le Tableau 2.

Tableau 1. Nomenclature des variables et paramètres de conception du problème [4]

Paramètres	Définition	Unités	Domaines initiaux
$D$	Diamètre d'alésage/intérieur du stator	mm	[1 ; 300]
$E$	Épaisseur des bobinages	mm	[4 ; 100]
$L$	Longueur utile du moteur	mm	[50 ; 150]
$j$	Densité de courant surfacique	A/mm <sup>2</sup>	[3 ; 6]
$a$	Longueur d'une encoche	mm	[4 ; -]
$d$	Longueur d'une dent	mm	[4 ; -]
$p$	Nombre de paires de pôles	-	[1 ; 16]
$l_a$	Épaisseur d'un aimant	mm	[4 ; 100]
$C$	Épaisseur du carter	mm	[4 ; 100]
$\sigma_e$	Type d'armature (encoches)	-	{0 ; 1}
$\sigma_f$	Type de forme d'onde	-	{0 ; 1}
$\sigma_r$	Type de configuration rotorique	-	{0 ; 1}
$\sigma_m$	Type d'aimants permanents	-	{0 ; 1}
$\sigma_{mt}$	Type de conducteur magnétique	-	{0 ; 1}
$C_{em}$	Couple électromagnétique	N · m	10
$B_e$	Densité de flux magnétique à vide	T	[0.4 ; 0.9]
$K_s$	Densité de courant linéique	kA/m	[0.5 ; 100]
$k_d$	Rapport de denture	-	[0.4 ; 0.6]
$B_c$	Densité de flux dans le carter	T	[0.9 ; $B_m(\sigma_{mt})$ ]
$B_t$	Densité de flux dans les dents	T	[0.9 ; $B_m(\sigma_{mt})$ ]
$R_{int}$	Rayon intérieur	mm	[50 ; -]
$R_{ext}$	Rayon extérieur	mm	[- ; 80]
$M_a$	Masse des parties actives <sup>1</sup>	kg	-
$V_g$	Volume global	10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>	-
$V_c$	Volume du carter	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	-
$V_t$	Volume des dents	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	-
$V_{co}$	Volume des conducteurs électriques	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	-
$V_a$	Volume des aimants	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	-

#### 3.2.1. Analyse et comparaisons des résultats obtenus avec [4]

a) Le premier problème concerne la minimisation de la masse des parties actives  $M_a$ . Une des solutions possibles répondant au mieux aux contraintes du problème consiste en un moteur DC brushless à encoches, à rotor externe, composé d'un circuit en poudre magnétique douce et d'aimants permanents NeFeB à liant synthétique.

Une configuration à encoches sera privilégiée à une autre sans encoches, qui en raison de son entrefer important, est pénalisée via la contrainte imposée sur le rayon externe.

La minimisation de la masse obtenue avec CE a permis de mettre en évidence une solution globale meilleure que [4]. Cela est également le cas concernant le volume global, celui du carter, et surtout celui des dents au stator.

Tableau 2. Résultats des optimisations mono-critères obtenus dans [4] et avec CE

Paramètres	Unités	min $M_a$		min $V_g$	
		[4]	CE	[4]	CE
$D$	mm	138.5	128.6	126.0	123.0
$E$	mm	6.0	10.0	8.1	7.0
$L$	mm	54.2	51.7	51.2	50.6
$j$	A/mm <sup>2</sup>	5.7	5.9	4.8	6.0
$a$	mm	4.2	4.1	4.7	4.7
$d$	mm	4.2	4.7	4.2	4.0
$p$	-	9	7	7	7
$la$	mm	4.2	4.2	4.4	4.0
$C$	mm	4.6	4.2	4.6	4.4
$\sigma_e$	-	1	1	1	1
$\sigma_f$	-	1	1	1	1
$\sigma_r$	-	1	0	0	0
$\sigma_m$	-	1	0	1	1
$\sigma_{mt}$	-	0	0	1	1
$B_e$	T	0.53	0.41	0.58	0.56
$K_s$	kA/m	12.3	19.5	14.4	16.0
$k_d$	-	0.49	0.54	0.47	0.46
$B_c$	T	1.19	1.20	1.50	1.50
$B_t$	T	1.06	0.89	1.23	1.04
$R_{int}$	mm	59.5	50.0	50.2	50.0
$R_{ext}$	mm	79.8	73.7	73.0	70.9
$M_a$	kg	2.84	2.20	3.16	2.49
$V_g$	10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>	1.08	0.88	0.86	0.80
$V_c$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	21.6	17.0	18.4	16.9
$V_t$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	7.4	2.90	7.2	1.95
$V_{co}$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	5.3	6.3	5.6	4.9
$V_a$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	7.9	7.8	7.8	7.0

La configuration du moteur diffère au niveau du rotor, qui est alors externe, ainsi que des aimants qui sont à liant synthétique. Ces aimants, plus légers que ceux en terres rares, contribuent à la diminution de la masse, mais réduisent de manière relativement importante l'induction dans l'entrefer. La configuration externe du rotor implique un nombre de paires de pôles moins important, et donc un nombre d'encoches moins important (de surfaces plus importantes). Cela permet au stator et ainsi au moteur d'avoir de plus petites dimensions.

En revanche, le volume des aimants reste pratiquement inchangé tandis que le volume des conducteurs est plus important. Cela peut être mis en corrélation avec l'augmentation de l'épaisseur des conducteurs, qui est relié aux dimensions des encoches, ainsi qu'à la densité de courant linéique qui passe de 12.3 à 19.5 kA/m. Ces derniers aspects présentent l'inconvénient d'augmenter l'échauffement du moteur. Les petits moteurs brushless, légers, voient en effet en contrepartie leur aspect thermique dégradé.

b) Le second problème de minimisation du volume global  $V_g$  peut avoir pour solution une architecture de moteur DC brushless à encoches, à rotor externe mais composé d'un circuit en matériaux emboutis et d'aimants permanents Ne-FeB en terres rares.

La solution obtenue sur CE est très proche de [4], avec des configurations identiques et des dimensions légèrement inférieures, mais des conséquences sur les critères à optimiser très différents. Le volume global passe ainsi de 0.86 à  $0.80 \cdot 10^{-3} m^3$  (réduction de près de 7%), mais étonnamment, la réduction de la masse est encore plus importante : de 3.16 à 2.49 kg (près de 21 %).

Une des différence est notamment remarquable concernant les densités de courant surfacique et linéique, plus importantes ainsi que des bobinages moins épais. Cela contribue notamment à un échauffement du moteur plus conséquent. Avec un flux traversant les dents du stator plus faible, un autre résultat remarquable apparaît : la forte diminution du volume des dents (qui passe de 7.2 à  $1.95 \cdot 10^{-5} m^3$ ). Bien qu'avec un nombre de paires de pôles identique, c'est une architecture avec un ratio taille d'encoche/taille de dent plus important.

Finalement, les résultats obtenus sont encourageants, avec des optimums

meilleurs pour les deux paramètres et pour chaque solution, avec des architectures de moteur assez proches.

### 3.3. Optimisation multicritères

#### 3.3.1. Résultats de l'optimisation multicritères

Les résultats obtenus par la  $\epsilon$ -constraint method et celle des facteurs de pondération sont présentés dans le Tableau 3.

Tableau 3. Résultats de l'optimisation multicritères obtenus dans [4] et avec CE

Paramètres	Unités	[4]	CE : $\epsilon$ -constraint method	CE : méthode des facteurs de pondération
$D$	mm	130.2	118.4	128.6
$E$	mm	7.5	9.7	10.0
$L$	mm	50.1	50.0	52.3
$j$	A/mm <sup>2</sup>	5.1	5.5	5.9
$a$	mm	4.0	4.3	4.0
$d$	mm	4.0	4.0	4.8
$p$	-	8	8	7
$la$	mm	4.2	4.0	4.0
$C$	mm	5.6	4.1	4.1
$\sigma_e$	-	1	1	1
$\sigma_f$	-	1	1	1
$\sigma_r$	-	0	1	0
$\sigma_m$	-	1	1	0
$\sigma_{mt}$	-	0	0	0
$B_e$	T	0.59	0.50	0.40
$K_s$	kA/m	13.4	19.5	19.4
$k_d$	-	0.50	0.48	0.54
$B_c$	T	1.15	1.20	1.20
$B_t$	T	1.18	0.96	0.90
$R_{int}$	mm	52.0	50.0	50.0
$R_{ext}$	mm	75.9	73.0	73.5
$M_a$	kg	2.85	2.25	2.21
$V_g$	10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>	0.91	0.84	0.88
$V_c$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	22.8	15.9	17.0
$V_t$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	7.3	2.9	2.9
$V_{co}$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	5.1	7.1	6.3
$V_a$	10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>	7.6	6.0	7.6

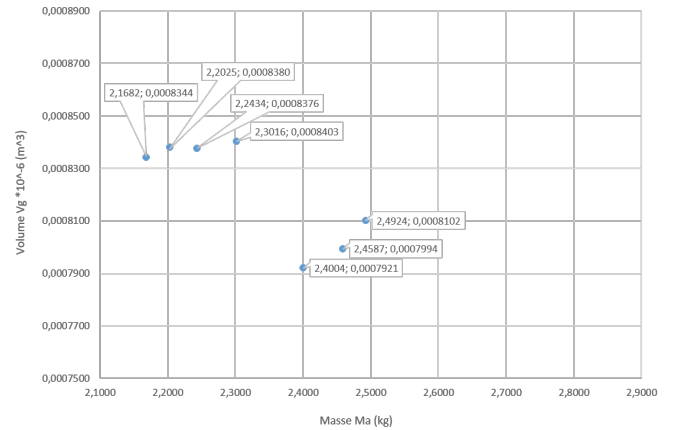


Fig. 6. Front de Pareto obtenu avec la  $\epsilon$ -constraint method.

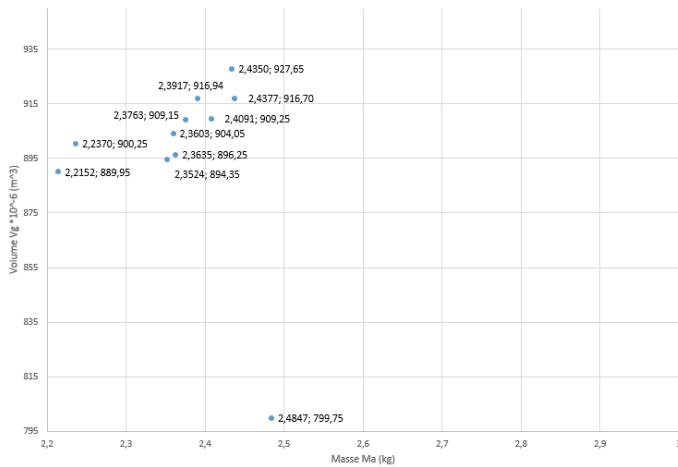


Fig. 7. Front de Pareto obtenu avec la méthode des facteurs de pondération.

### 3.4. Analyse des résultats obtenus

L'ensemble des résultats obtenus est assez hétérogène, que cela soit d'une méthode à une autre qu'avec les résultats dans [4]. Tout d'abord, nous pouvons voir qu'avec les deux méthodes sur CE, les solutions de l'optimisation multicritères sont améliorées, en particulier en ce qui concerne la masse. Une des caractéristiques communes aux trois solutions proposées concerne la configuration avec encoches, une forme d'onde rectangulaire (dont le coefficient de couple associé est supérieur à celui obtenu avec une forme d'onde sinusoidale) ainsi que le même matériau (poudre) constituant le circuit magnétique.

Ensuite, en comparant de manière globale les résultats de [4] avec ceux de CE, ceux-ci présentent une induction dans l'entrefer et dans les dents moins important que dans [4]. Les paramètres thermiques sont également de plus grande valeur et favorise l'échauffement.

Au regard des différents volumes, l'importante diminution du volume du carter, comme pour les minimisations mono-critères, qui contribue le plus au volume global, est à relier à la baisse de l'épaisseur du carter et du diamètre du moteur.

a) Pour la  $\epsilon$ -constraint method, l'ensemble des solutions a été obtenu pour une masse  $M_a \leq 2.25 \text{ kg}$  et un volume global  $V_g \leq 0.84 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ .

Le front de Pareto de la Figure 6 de ce problème d'optimisation n'apparaît pas mais laisse plutôt place à deux espaces discontinus : à gauche, un palier semble se former autour d'un volume global de  $0.84 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ , lorsque la masse est comprise entre 2.17 et 2.30 kg. La présence des variables de configuration de structure, autorise probablement de nombreuses configurations possibles assez distinctes, avec de nombreux minimums locaux. Le problème étant fortement complexe, non-linéaire et non-convexe, il est cependant difficile de répondre avec assurance à cette question.

b) Pour la méthode des facteurs de pondération (cf. Tableau 3 et Figure 7, une solution a été choisie pour une valeur de  $\rho$  égale à 0.1, avec  $M_{a0} = 2.20 \text{ kg}$  et  $V_{g0} = 0.80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . En fait, les solutions obtenues par cette méthode sont très sensibles aux paramètres  $M_{a0}$  et  $V_{g0}$ .

Le front de Pareto obtenu avec cette méthode est également assez difficile à interpréter en raison de la complexité du problème.

### 3.5. Comparaisons avec les résultats obtenus dans [4]

Ainsi, les solutions obtenues avec notre méthode présentent une masse et un volume global inférieurs à celle obtenue dans [4]. Avec la  $\epsilon$ -constraint method, nous pouvons constater une importante réduction de la masse de près de 21% ainsi que du volume global, de 8.3%. La réduction de  $V_g$  est notamment due à une considérable diminution du volume du carter, de celui des dents (près de 60%), ainsi que de celui des aimants, et ce malgré l'augmentation du volume des conducteurs. Le type de conducteur magnétique contribue également à ces gains de masse et de volume global.

Un résultat notable qui apparaît dans l'ensemble des solutions aux problèmes d'optimisation sur CE est que la contrainte sur le rayon intérieur est toujours contraignante.

Finalement, la solution exacte apportée par la  $\epsilon$ -constraint method semble être un bon compromis entre la minimisation de la masse et du volume, tout en favorisant l'induction dans l'entrefer, des dimensions relativement faibles et des aimants de meilleure qualité.

## 4. CONCLUSIONS

Dans ce papier, la pertinence des outils de synthèse durant la phase préliminaire en conception optimale a été soulignée. L'approche acausale ensembliste

par satisfaction de contraintes permet d'inclure le cahier des charges dès le début de la conception. Les travaux exposés ici reprennent un cas de moteur brushless très intéressant car se positionnant comme un vrai problème de conception avec un choix d'architecture et de composants possible, et un dimensionnement de ceux-ci. L'analyse causale a confirmé l'importance des heuristiques dans la stratégie de résolution. Elle permet également de définir la vraie dimension du problème. À partir d'un ensemble de solutions optimales admissibles, une solution globale a été validée puis comparée à celle obtenue dans [4]. Ces résultats encourageants ont permis de confirmer l'adéquation de notre approche pour la résolution de ce type de problème. Nos futurs travaux traiteront des problèmes s'appuyant sur des modèles plus détaillés, comme le benchmark du moteur brushless proposé dans [11].

Le problème de dimensionnement [9], non présenté ici, a également été étudié et a servi de fondement afin de pouvoir traiter par la suite des problèmes s'appuyant par exemples sur des modèles plus détaillés, comme le benchmark du moteur DC brushless [11]. Ces différents cas de conception permettront de s'orienter surtout vers la conception préliminaire de systèmes complexes ou encore l'intégration dans la modélisation des contraintes non fonctionnelles.

## 5. REMERCIEMENTS

Merci à M. Laurent Zimmer, ingénieur à la Direction de la Recherche Technologique de Dassault Aviation, pour nous avoir permis d'utiliser le logiciel CE de la compagnie Dassault Aviation.

## 6. RÉFÉRENCES

- [1] A. Hubert, P.-A. Yvars, et Y. Meyer, « Conception optimale des systèmes électriques. Une approche par synthèse », SGE 2016, Grenoble, France, 7-9 juin 2016.
- [2] R. Moore, « Interval Analysis ». Prentice-Hall, 1966.
- [3] E. Hansen and G. W. Walster, « Global optimization using interval analysis, second edition revised and expanded », Marcel Dekker Edition, New York, 2004.
- [4] E. Fitam, F. Messine, and B. Nogarède, « The electromagnetic actuator design problem : A general and rational approach », IEEE Trans. On Magnetics, vol.40, no. 3, pp.1579-1590, May 2004.
- [5] L. Zimmer, A. Anglada, M. Christie, and L. Granvilliers, « Constraint Explorer : a modelling and sizing tool for engineering design », invited session on Metamodeling and Constraint Based Problem Solving for Embodiment DesignSupport Systems in SCI, Orlando, 2004.
- [6] F. Messine, B. Nogarède, and Jean-Louis Lagouanelle, « Optimal design of electromechanical actuators : a new method based on global optimization algorithm », IEEE Trans. On Magnetics, vol. 34, no. 1, pp.299-308, January 1998.
- [7] S. Brisset, « Démarches et outils pour la conception optimale des machines électriques », Habilitation à diriger des recherches, Université des sciences et techniques de Lille, Lille, France, 18 décembre 2007.
- [8] H. Ratschek and J. Rokne, « New Computer Methods for Global Optimization West Sussex », U.K. : Ellis Horwood, 1988.
- [9] A. Kone, B. Nogarède, and M. Lajoie Mazenc, « Le dimensionnement des actionneurs électriques : un problème de programmation non linéaire », Journal de Physique III France 3, pp.285-301, February 1993.
- [10] I. Mazhoud, K. Hadj-Hamou, J. Bigeon, and G. Remy, « The electromagnetic actuator design problem : an adapted interval global optimization algorithm », IEEE Trans. On Magnetics, vol.48, no. 2, pp.387-390, February 2012.
- [11] S. Brisset, and P. Brochet, « Analytical model for the optimal design of a brushless DC wheel motor », L2EP, Ecole Centrale de Lille, cité scientifique, Villeneuve d'Ascq, France, pp. 829-848., 2005.